

## ПЕРСПЕКТИВИ МАТЕМАТИЧНОЇ ЕКОЛОГІЇ

*У статті розглянуто актуальність і складність екологічних проблем сучасності, яка вимагає використання ефективного інструменту їх дослідження. Таким інструментом наприкінці минулого століття стала математична екологія, перспективи якої визначає не стільки аналіз існуючих екологічних проблем, скільки синтез нових найбільш прогресивних соціальних угрупувань.*

### Постановка проблеми

Екологія як наука про умови існування та принципи взаємодії живих організмів між собою і навколишнім середовищем [7] відрізняється великим різноманіттям і суттєвою складністю об'єктів, явищ і процесів живої і неживої природи, що для кількісної оцінки стану і наслідків життєдіяльності сучасних екосистем потребує побудови специфічно адекватного математичного апарату. При всьому різноманітті, а часом навіть несумісності різних наукових поглядів на екологічні процеси в математичному моделюванні природних явищ вже склалися загальноприйняті підходи, намітилось коло практичних завдань, що вирішуються з їх допомогою, розвинулись спеціальні методи теоретичних досліджень. Це дозволяє стверджувати, що процес вербального накопичення результатів спостережень живої матерії стає все більш насиченим і виникають інтелектуальні умови їх математичного абстрагування і формалізування.

---

© Т. П. Блажкевич, В. В. Волочков

Еволюційним “стрибком” абстрагування екосистем можна вважати створення в 70-ті роки ХХ століття відносно самостійного інструментарію екологічних досліджень специфічними методами – математичної екології, коли виникли і розвинулись математична біологія, математична зоологія, математична ботаніка, математична генетика тощо. Сьогодні ці теоретичні підходи розвинулись настільки, що їх вважають важливими самостійними напрямками прикладної математики, які започаткували ще В. Вольтерра, А. Лоткі, В. А. Костицін, Н. Н. Мойсеев та інші закордонні та вітчизняні вчені, а Ф. Скудо висловив, що 30-ті роки ХХ століття були “золотим віком теоретичної екології” [3]. Своїми працями ці вчені заклали концептуальні та ідейні основи сучасної математичної екології, еволюція якої чітко спостерігається й досі, але деякі її ідеї виникли в глибоку давнину.

Хоча термін “екологія” для позначення науки про умови існування живих організмів і їх відношення до середовища вперше запровадив біолог Е. Геккель у 1866 р. [5], але ще в 1228 р. математик Леонардо з Пізи за прізвищем Фібоначчі сформулював задачу розмноження кроликів, розв’язанням якої при умові, що протягом місяця кожна пара дає ще одну пару, були славнозвісні універсальні “числа Фібоначчі”, які й зараз широко використовуються не тільки в екології, але і в фізиці, хімії, кібернетиці тощо [4]. Першу спробу отримати історично визначні висновки математичної екології здійснив Т. Р. Мальтус в 1798 р., коли підрахував, що кожні 25 років населення планети стає удвічі більшим, а засоби існування не можуть зростати швидше ніж за арифметичною прогресією, тому, на його думку, необхідні “надзвичайні перешкодження” силам розмноження, що “повертатимуть” народонаселення до рівноваги з засобами існування, і такими “надзвичайними перешкодженнями” він вважав “моральне приборкання”, “розпутство”, “лихо” (війни, катастрофи, епідемії, голодомор тощо), причому людство, в першу чергу, повинно звинувачувати себе в своїх стражданнях [4]. Сучасним зразком мальтузіанства стало дослідження Д. Медоуза “Межі зростання” як першого етапу “Програми скрутного становища людства”, розробленої Римським клубом у 1977 р. [2], де методами моделювання системної динаміки Дж. Форрестера було прогнозовано системний колапс світової економіки щонайпізніше у 2100 р., в першу чергу, через перенаселення планети і, як наслідок, – обмеження вживання продуктів харчування, вичерпання невідновлювальних ресурсів, надмірне забруднення довкілля і соціальну нестабільність, для усунення чого чисельність людства треба скоротити не менш ніж втричі знову ж війнами, хворобами, голодомором [4].

*Завдання досліджень.* Безпідставність як вихідних аксіом мальтузіанства, дуже далеких від біологічної реальності, так і його апокаліптичних висновків яскраво обґрунтовано ще К. Марксом, іншими прихильниками діалектичного матеріалізму [7], та на думку В. Вольтерра і А. Лоткі, яка полягає перш за все в тому, що, оскільки будь-які реальні ресурси обмежені, чисельність популяції не може перевищувати деякого числа, визначеного як ємність середовища мешкання, причому швидкість

розмноження, що за Мальтусом пропорційна чисельності популяції, зі зростанням такої чисельності повинна зменшуватись пропорційно тому ж “мальтузіанському параметру”. Саме така концептуальна модель розвитку популяції, котру назвали логістичним рівнянням Ферхюльста-Пірла, покладена в основу математичної формалізації динаміки взаємодії суспільств усіх видів живих організмів, у тому числі і людства. Як продемонстрував А. Лоткі в “Елементах фізичної біології”, де він ідею хімічної кінетики переносить на систему диференціальних рівнянь зміни чисельності двох біологічних видів, що взаємодіють, у залежності від знаку “мальтузіанського параметру” ці рівняння достатньо коректно відображають відношення типу “конкуренція”, “симбіоз”, “паразитизм”, “хижак-жертва” тощо. Аналогічну ідею висловив італійський математик В. Вольтерра в “Лекціях математичної теорії боротьби за існування”, але, як стверджує російський вчений Ю. М. Свірежев, “...якщо А. Лоткі зібрав різні моделі суто механічно, італієць створив математичну теорію біологічних суспільств” [1].

На думку Ю. М. Свірежева саме з книги В. Вольтерра бере початок “сучасна математична екологія” і хоча, за зізнанням самого автора, наведені моделі “були ще брутальними і приблизними, в них виявилися феномени, що спостерігалися в природі, але які не можна було пояснити будь-якими зовнішніми причинами. Наприклад, в деяких реальних системах “хижак-жертва” спостерігалися коливання чисельності, що зсунуті за фразою періодом в декілька років і це не можна було пояснити лише кліматичними або геофізичними умовами навколишнього середовища. Проте така динаміка впливала з розв’язання рівнянь Лоткі-Вольтерра на певних умовах. Моделі Вольтерра дозволили також суто математично відобразити і пояснити збільшення питомої ваги чисельності хижацької риби в улові при зниженні інтенсивності промислу, що спостерігалося за статистичними даними рибних ринків Адріатики в першу світову війну та наступні роки [4].

Наведені приклади переконливо доводять, що причини тих чи інших “незвичайних” явищ в динаміці суспільств полягають не в дії якихось зовнішніх факторів, а є суттєвою ознакою характеру взаємодії видів, яку можна виявити лише методами математичної екології, причому настільки стабільно, що можна класифікувати – яка динаміка відповідає тому чи іншому типу взаємодії. Подібні динамічні моделі широко використовували в своїх працях багато послідовників ідеї математичної екології. В їхніх роботах розроблено методи достатньо наочної і точної комп’ютерної імітації будь-яких складних екологічних утворень з рішенням відповідних систем диференціальних рівнянь.

*Об’єкт дослідження.* Сьогодні динамічна теорія популяцій і суспільств являє собою хоча й важливий, але не єдиний напрямок математичних досліджень в екології. Так ще А. Лоткі важливим параметром математичних моделей екосистем вважав енергію живих організмів різних

трофічних рівнів та розподіл між ними тих чи інших хімічних речовин, що, на думку Дж. Мейнарда, “поки ще... не складає струнку динамічну теорію..., але ми явно знаходимося на порозі створення динаміки енергетичних потоків в екосистемах та інших хімічних кругообігів і це буде важливим внеском в теоретичну екологію” [3]. Оскільки в будь-яких екосистемах завжди одночасно циркулюють речовина (жива і нежива), енергія (різних видів) і інформація (в різних формах), то в перспективі можна передбачити математичну формалізацію інформаційних потоків, значення яких буде більш важливим, ніж потоки речовини та енергії.

Таким чином, предметом математичної екології можуть бути різні об’єкти, процеси і явища в залежності від поглядів на екологію, як науку про: “сукупність та структуру зв’язків між живими організмами і середовищем їх існування”; “біологію навколишнього середовища” в плані фундаментальних розділів всіх біологічних наук – зоології, ботаніки, бактеріології тощо; “дію людини на довкілля”, тобто утримання свого дому тощо. Наприклад, в школі В. Н. Сукачова [4] екологію розглядають як біогеоценологію, де основним об’єктом формалізації є біогеоценоз – елементарна самостійна одиниця біосфери, а учні Н. Н. Мойсеєва [5] таким об’єктом вибрали глобальну екосистему – всю біосферу Землі, або “біофільм” – плівку життя. В останньому випадку завдяки широкому використанню методів системного аналізу математичну екологію розглядають як системну екологію, а в інших – як відповідні прикладні аспекти теоретичної екології типу: динамічної теорії популяцій; теорії взаємовідношень видів і суспільств; дослідження процесів міграції і територіальної поведінки; аналізу потоків речовини, енергії і інформації в екосистемах; оцінки складності і стійкості екосистем; оптимізації використання ресурсів навколишнього середовища тощо.

Однак математичну екологію не можна зводити лише до сукупності математичних методів формалізації тих чи інших об’єктів, процесів і явищ біології, оскільки абстрактні математичні структури є предметом “чистої” математики, а математичні моделі, які використовують для вирішення реальних екологічних проблем, крім зручного засобу опису відомих фактів, є інструментом наукового пізнання живого світу. Вони дозволяють з іншого боку розглянути ці проблеми, створюють умови більш глибокого розуміння їх суті. Виявлено, що екологічні проблеми більш контрастують саме на мові математичної екології. Наприклад, у випадку класифікації типів взаємодій видів угруповань, яка ґрунтується не на конкретних спостереженнях дії одного виду на другий, градація стає необачною. Тому саме на моделях впливу динаміки чисельності одного виду на динаміку чисельності другого виду були класифіковані взаємодії “хижак-жертва”, “паразитизм”, “конкуренція”, “симбіоз”, “аменсалізм”, “коменсалізм” та інші відносини двох груп організмів, а взаємодію популяцій багатьох видів (більше двох), де можливі різноманітні комбінації відношень, вивчають на

підставі аналізу матриць “мальтузіанських коефіцієнтів”, знаки яких відображають структури трофічних сіток та відповідних графів, що дозволяє дослідження їх властивостей перевести на “мову” відомих класів математичних об’єктів – груп, кілець, полів, матриць, векторів тощо.

### Результати досліджень

Математична мова дозволяє достатньо суворо визначити такі, здавалося б абсолютно неформальні властивості екосистем, як різноманіття, складність, стабільність (сталість) і навіть виявити зв’язок між ними. Так була спростована думка деяких екологів про те, що більш складні системи є більш стабільними, і було відкрите явище якісної сталості – сталості структур суспільств, яка не залежить від кількісних показників інтенсивності внутрішніх та міжвидових взаємодій, а біфуркації таких структур виникають як результат їх ускладнення. Подібні результати впливають і на розвиток “чистої” математики, як наприклад, у випадку створення теорій диференційних відображень в топології, теорії катастроф (біфуркацій) в аналізі динамічних систем, теорії структур вкладених примарних ідеалів в сучасній алгебраїчній геометрії тощо.

Будь-яка математична модель являє собою деяке абстрактне, спрощене відображення екологічного об’єкту, яке характеризують: реалістичністю (адекватністю) – в якому ступені вихідні аксіоми і результати, що отримані, відповідають сучасним біологічним уявленням; точністю – здібністю кількісно відобразити і спрогнозувати біологічні процеси з наданими похибками; загальністю – діапазоном можливих, припустимих або робочих умов і ситуацій. Кількісну оцінку таких властивостей математичних моделей виявляють варіфікацією, ідентифікацією або експериментальним дослідженням екосистем, які мають свою специфіку. Складність та унікальність реальних екосистем робить їх експериментальне дослідження проблематичним, складним, дорогим, а інколи, і неможливим або неприпустимим за вимогами безпеки чи можливістю загибелі живих організмів. Тому для цілей варіфікації (ідентифікації) теоретичних уявлень в математичній екології використовують так звані імітаційні моделі, що створені на основі проблемно орієнтованої мови обчислювальних засобів, основну специфіку яких вдало сформулював Дж. Майнард Сміт: “...якщо добра імітація повинна враховувати якомога більш деталей, то хороша аналітична модель, навпаки, повинна мати їх якомога менше” [6]. В тих випадках, коли з метою варіфікації можливий експеримент, виникає принципово інший клас завдань, який в економіці називають економетрією, в біології біометрією, а в екології еколометрією.

### Висновки

Коло проблем математичної екології, які визначають перспективу її розвитку, не обмежується проблемами аналітичного, імітаційного моделювання або еколометрії. Так, узагальнення методів синтезу математичних моделей екосистем дозволяє виділяти відповідні класи, напрями і характер досліджень загальних та специфічних властивостей цих

систем. Але в моделях динаміки чисельності популяцій конкретний біологічний зміст змінних обмежує фазовий простір позитивним орнантом евклідової геометрії або, коли мова йде про відносні частини видів в суспільствах, – деяким симплексом у цьому орнанті. Тому класифікація типів взаємодії суспільств передбачає виділення таких класів трофічних сіток, відповідних графів і матриць, дослідження яких дозволяє виявити обмеження на зменшення “мальтузіанських коефіцієнтів”, що забезпечує сталість екосистем, а формалізація умов якісної сталості дає змогу визначити матриці або графи трофічних сіток нового класу біогеоценозів зі специфічними властивостями.

### Перспективи досліджень

Сформульоване завдання синтезу екосистем на основі генерації моделей математичної екології відкриває широку перспективу їх практичного застосування. На жаль, принципова дискретність і неоднорідність екосистем, суттєва нелінійність взаємодії живих організмів між собою та з навколишнім середовищем, різноманітність та тензорність реакцій біоценозів на зовнішні роздратування, обмеженість і невизначеність інформації про поведінку біологічних об'єктів в різних умовах, багатоальтернативність досягнення кінцевої мети, інші проблемні питання математичної екології дещо ускладнюють вирішення практичних завдань, тобто знижують її прикладну ефективність. Але вже сьогодні ця наука з допомогою комп'ютерної техніки здатна бути ефективним інструментом пошуку оптимальних рішень багатьох екологічних проблем сучасності, а подальший її розвиток створює інтелектуальні умови самоврядування, самоосвідчення і самоадаптації нової інформаційної цивілізації.

### Література

1. *Вольтерра В.* Математическая теория борьбы за существование / Ю. М. Свиричева. – М.: Наука, 1976. – 288 с.
2. *Джеффферс Дж.* Введение в системный анализ: применение в экологии / Пер. с англ. Д. О. Логофета: Под ред. Ю.М. Свиричева. – М.: Мир, 1981. – 252 с.
3. *Логофет Д. О.* Математическое моделирование популяций растений и фитоценозы. – М.: Наука, 1992. – 119 с.
4. *Свиричев Ю. М., Логофет Д. О.* Устойчивость биологических сообществ. – М.: Наука, 1978. – 352 с.
5. *Мойсеев Н. Н.* Модели экологии и эволюции. – М.: Знание. Математическая кибернетика, 1983. – № 10. – 61 с.
6. *Петросян Л. А., Захаров В. В.* Введение в математическую экологию. – Л.: Ун-т, 1986. – 224 с.
7. *Реймерс Н. Ф.* Природопользование: слов.-справ. – М.: Мысль, 1990. – 637 с.