УДК 504.54:681.3.06

В. М. Мількевич
аспірант
Державний агроекологічний університет

ЛОКАЛЬНА МОДЕЛЬ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО МАСОПЕРЕНОСУ З УРАХУВАННЯМ ЛАНДШАФТНИХ УМОВ

У даній роботі на базі основних рівнянь гідродинаміки двофазних потоків побудована локальна модель горизонтального ландшафтного масопереносу; вказані основні фактори масопереносу, які формують ландшафтні умови; розроблені рівняння з урахуванням впливу ландшафтних умов на процес масопереносу.

В науковій літературі розглядається широке коло проблем, пов'язаних із різними аспектами горизонтального масопереносу в ландшафті, але проблема власне самого ландшафтного горизонтального масопереносу перебуває у стані, далекому до остаточного вирішення [5]. У-першу чергу це стосується кількісної його оцінки, оскільки якісний бік проблеми досить детально розібраний у класі фізико-географічних наук, зокрема, ландшафтознавстві. Необхідність розробки даної проблеми випливає не тільки з практичних потреб (раціональне землевпорядкування, ландшафтне прогнозування тощо), але і як необхідність розробки теоретичної бази, оскільки, ландшафтна наука досі не має єдиної теоретичної бази [3].

Можна виділити три підходи, які так чи інакше використовуються для кількісного опису різних аспектів горизонтального ландшафтного масопереносу [2, 6]:

- підходи, що грунтуються на рівняннях конвективної дифузії;
- підходи, що грунтуються на рівняннях гідродинаміки двофазних потоків;

- підходи, що грунтуються на емпіричних і напівемпіричних моделях.

Очевидно, що для розв'язку проблем, пов'язаних із ландшафтним масопереносом, доцільніше користуватися першими двома підходами, бо емпіричні моделі дуже важко адаптувати до нетипових для даної моделі умов, тобто такі моделі не є гнучкими, і в основному вони малопридатні до загальнотеоретичних досліджень.

Завдання досліджень

Завданням дослідження є побудова локальної моделі ландшафтного масопереносу з єдиною структурою для розрахунків масопереносу як вітровим, так і водним агентом, яка відображає ландшафтну неоднорідність умов масопереносу і ландшафтне формування основних факторів масопереносу.

Об'єкт і методика досліджень

Об'єктом дослідження є ландшафт та сукупність фізико-географічних факторів, які обумовлюють формування ландшафтних умов з наступним формуванням горизонтального масопереносу.

Розв'язок основної проблеми в даній роботі ведеться шляхом теоретичного дослідження, яке базується на математичному моделюванні, методах теорії рівнянь математичної фізики, чисельних методах [1, 4].

Результати досліджень

Як було вказано в роботі [5], ландшафтний перенос речовини характеризується як просторовою, так і часовою дискретністю і вирішувати основну задачу ландшафтного масопереносу необхідно з допомогою моделювання, яке враховує дискретність і неперервність процесу. Тому неможливо лише з допомогою моделі, яка грунтується на диференціальних рівняннях, адекватно вирішити проблему горизонтального масопереносу. Вона є лише частиною тих задач, які необхідно розв'язати для вирішення проблеми. Неоднорідна поверхня ландшафту є структурою, що складається з сукупності однорідних локальних ділянок. Однорідність у даному разі представляє собою ділянку ландшафту, де векторні лінії потоку не перетинаються. Таким чином, існує можливість використання диференціального рівняння для описання масопереносу. Важливо вказати на те, що просторова однорідність локальної ділянки ландшафту не обумовлює існування однорідності умов переносу.

Основною базою для моделювання є рівняння руху двофазового середовища, рівняння балансу маси для твердої фази і рівняння, яке описує умови підйому твердої фази в потік нестискуваної рідини [2]:

$$\rho(1-s)\left[\frac{\partial\bar{v}}{\partial t}+(\bar{v}\cdot\nabla)\bar{v}\right]+\rho_s s\left[\frac{\partial\bar{v}_s}{\partial t}+(\bar{v}_s\cdot\nabla)\bar{v}_s\right]-\rho\left(\frac{\partial}{\partial t}\bar{K}_w-\bar{v}\nabla\cdot\bar{K}_w\right)+$$
$$+\rho_s\left(\frac{\partial}{\partial t}\bar{K}_s-\bar{v}_s\nabla\cdot\bar{K}_s\right)=\rho(1-s)(\bar{g}+\bar{\varepsilon})+\rho_s s(\bar{g}+\bar{\varepsilon}_s)-\nabla\cdot\Pi-\rho\nabla\cdot\mathrm{T}-\rho_s\nabla\cdot\mathrm{T}_s \quad (1)$$

$$\rho_s\frac{\partial s}{\partial t}+\rho_s\nabla\cdot s\bar{v}_s=-\rho_s\nabla\cdot\bar{K}_s \quad (2)$$

$$j_a(x_3)=j'(x_3)+\Pi(x_3)+\mathrm{T}_\phi(x_3),$$
$$j_a(x_3)=\int_0^{x_3}g(\rho_s-\rho)s\,dx_3>0,$$
$$j'(x_3)=\int_0^{x_3}[\rho_s s\varepsilon_{s3}+\rho(1-s)\varepsilon_3]dx_3, \quad (3)$$
$$\mathrm{T}_\phi(x_3)=\rho(1-s)(\bar{v}'')^2+\rho_s s(\bar{v}''_{s_3})^2,$$
$$\Pi(x_3)=\Pi_0-\Pi_{33}-g\rho x_3,$$

де: ρ,ρ_s – масова густина середовища і твердої фази відповідно, $\left[\frac{г\cdot c^2}{м^4}\right]$;

s – об'ємна концентрація твердої фази;

$\bar{v},\bar{v}_s$ – середня швидкість середовища (несучої рідини) і твердої фази відповідно, $\left[\frac{м}{c}\right]$;

∇ – оператор Гамільтона;

$\bar{K}_w,\bar{K}_s$ – пульсаційні вектори рідкої і твердої фази відповідно;

$\bar{g},\bar{\varepsilon},\bar{\varepsilon}_s$ – прискорення гравітаційних і негравітаційних (рідкої і твердої фази) сил відповідно, $\left[\frac{м}{c^2}\right]$;

Π – тензор молекулярних напружень;

T,T_s – середні тензори додаткових напружень, які викликані перемішуванням рідких і твердих частинок;

j_a – вага всього зернистого матеріалу, віднесеного до одиниці площі підстилаючої поверхні, який піднятий в потік у даний момент $\left[\frac{кг}{м^2c}\right]$;

j' – піднімаючий тиск, що викликається негравітаційними зовнішніми силами, якщо $\varepsilon_3>0$ і $\varepsilon_{s_3}>0$;

$-\Pi(x_3)$ – перепад нормального молекулярного напруження в шарі $0 \div x_3$ без врахування пульсацій в рідкій і твердій фазах;

$T_0(x_3)$ – додаток до нормального тиску, викликаний діагональними складовими пульсаційних тензорів T і T₃;

x_3 – вісь декартової системи координат, колінеарна напряму вектора гравітаційних масових сил.

Задача полягає в тому, щоб на основі (1), (2) з урахуванням умов (3) побудувати модель горизонтального масопереносу, причому $\frac{\partial \bar{v}_1}{\partial x_1} \neq 0$, v_1, v_3 обумовлювалися наступними ландшафтними умовами:

$$\frac{\partial P}{\partial t} \neq 0, \ \frac{\partial J}{\partial t} \neq 0, \ \frac{\partial J}{\partial x_1} \neq 0, \ \frac{\partial v_1}{\partial t} \neq 0,$$

де: $p = f(x_1)$ – кількість опадів, $\left[\frac{кг}{м^2 c}\right]$; $J = f(x_1, t)$ – інфільтрація, $\left[\frac{кг}{м^2 c}\right]$.

Рівняння локального масопереносу

Спроектуємо рівняння (1) на вісь x_3 і обумовимо потік квазістаціонарним, горизонтальним і однорідним тільки вздовж осі x_2 [2]:

$$(1-\frac{\rho}{\rho_s})\rho_s g s = -\rho_s \frac{\partial s v_{s^1} v_{s^3}}{\partial x_1} - \frac{\partial \tau_{31}}{\partial x_1} - \frac{\partial}{\partial x_3}\left[\Pi_0 + \Delta p + \rho T_{33} + \rho_s\left(s v_{s^3}{}^2 + T_{33}\right)\right] \quad (4)$$

Проінтегруємо (4) від 0 до x_3:

$$\left(1-\frac{\rho}{\rho_s}\right) j = -\frac{1}{g} j \frac{\partial (v_{s^1} v_{s^3})_{cp}}{\partial x_1} - \frac{1}{g}(v_{s^1} v_{s^3})_{cp} \frac{\partial j}{\partial x_1} - \int_0^{x_3} \frac{\partial \tau_{31}}{\partial x_1} dx_3 - s_0 \Delta p_b \quad (5)$$

Причому $(v_{s^1} v_{s^3})_{cp} = \frac{\int s v_{s^1} v_{s^3} dx_3}{\int s dx_3}$.

Представимо Δp_b так як це представлено в [2]:

$$\Delta p_b = \frac{\alpha \rho_s}{2}\left(l_b \frac{\partial v_1}{\partial x_3}\bigg|_{cp} \right)^2 = \frac{\rho \alpha_s l_b^2 \pi (v_h - v_{kh})^2 \xi_1^2}{8(1+c_0)^2 \delta^2 (c_s')^2 \ln \frac{h}{\delta_e}} \quad (6)$$

де: ξ_1 – деякий коефіцієнт, $\xi_1 \approx 0{,}74$;

l_b – товщина вихрового шару;

α_s – деякий коефіцієнт, що в початковій стадії підйому твердого матеріалу становить 1,0;

$\pi = 3{,}14$;

v_h – швидкість потоку на висоті $h = x_3$;

v_{kh} – критична швидкість;

δ – висота виступів шорохуватості;

δ_e – ефективна шорохуватість;

c_0, c_s' – деякі коефіцієнти, що залежать від s і v_1.

Підставимо (6) в (5) і проінтегруємо по x_1, враховуючи, що $v_h = f(x_1), v_{kh} = f(x_1)$, $\delta = f(x_1), \delta_e = f(x_1)$:

$$\frac{\partial j}{\partial x} = -K\int_0^{x_3}\frac{\partial \tau_{31}}{\partial x_1}dx_3 - \frac{\omega K}{\gamma}\frac{(v_h(x_1) - v_{kh}(x_1))^2 s_0}{\delta^2(x_1)\ln\dfrac{h}{\delta_e(x_1)}}dx_1 - j\frac{K}{\gamma},$$

звідки

$$j = e^{-\frac{K}{\gamma}x_1}\left[-K\int e^{\frac{K}{\gamma}x_1}\left(\int_0^{x_1}\frac{\partial \tau_{31}}{\partial x_1}dx_3\right)dx_1 - \frac{\omega K}{\gamma}\int e^{\frac{K}{\gamma}x_1}\frac{(v_h(x_1) - v_{kh}(x_1))^2 s_0}{\delta^2(x_1)\ln\dfrac{h}{\delta_e(x_1)}}dx_1\right] + C\cdot e^{-\frac{K}{\gamma}x_1}, \quad (7)$$

де C – постійна інтегрування;

$$\gamma = \frac{1}{1 - \dfrac{\rho}{\rho_s}};\ \omega = \frac{\pi\xi_1^2 a_s l_b}{8(c_s')^2\left(\dfrac{1}{\rho} - \dfrac{1}{\rho_s}\right)(1 + c_0)^2};\ K = \frac{g}{\left(v_{s^1}v_{s^3}\right)_{cp}}$$

Використовуючи рівняння (2), попередньо перемноживши ліву та праву частини на g, отримаємо

$$\frac{\partial j_b}{\partial t} = -\nabla\cdot\overline{q}, \quad (8)$$

де: j_b – вагова концентрація твердої фази, $\left[\dfrac{кг}{м^3}\right]$;

$\overline{q}$ – середні витрати твердої фази, $\left[\dfrac{кг}{м^2 c}\right]$.

Проінтегруємо (8) по x_3 для плоского потоку:

$$\frac{\partial j}{\partial t} = -\frac{\partial j v_{1cp}}{\partial x} + q_{30}, \quad (9)$$

де q_{30} – витрата твердої речовини через площину $x_3 = 0$.

3. Врахування ландшафтних умов

Комплекс факторів, що формують певні ландшафтні умови, визначається неоднорідністю ландшафтної поверхні як в просторі, так і в часі. В межах побудови даної локальної моделі, аналізуючи рівняння (7), (8), маємо виділити, враховуючи певні спрощення, дві категорії факторів. Перша категорія – це фактори консервативні, що визначаються лише неоднорідністю ландшафту в просторі і мало змінюються в часі (певне той проміжок часу, який займає елементарний акт масопереносу). Залежність величини фактора від координати x_1 відносно легко отримати, апроксимуючи натурні дані поверхні ландшафту, які містяться в картографічному і довідковому матеріалі. Під такими факторами будемо розуміти шорохуватість, ухил, ефективну шорохуватість, гранулометричний склад грунту, тип грунту тощо.

Друга категорія факторів – динамічний ведучий фактор масопереносу, який залежить від просторової і часової неоднорідності. Він знаходиться у функціональній залежності від факторів першої категорії. Таким ведучим фактором горизонтального масопереносу, який враховує неоднорідність ландшафтних умов, будемо вважати швидкість потоку. Необхідно додатково вказати на те, що для моделі переносу речовини з водним агентом слід врахувати умови формування стоку, такі умови виразимо у співвідношеннях між кількістю опадів і інфільтрацією.

Таким чином, є важливим побудувати рівняння, які визначають швидкість двофазного потоку в даних ландшафтних умовах. Будемо вважати, що кількість речовини, що виходить з будь-якого замкненого об'єму через елемент поверхні ds за одиницю часу пропорційна кількості речовини, яка буде знаходитись в заданій області в даний момент часу:

$$\iint_s \rho v_1 \cdot n ds = b\left[-\iint_s P \cdot n ds + \iint_s J \cdot n ds\right] \qquad (10)$$

де b – коефіцієнт пропорційності, що вказує на ту частку маси замкненого об'єму, яка вийшла через елемент поверхні ds за одиницю часу.

Використано заміну $F = J - P$ і до (10) теорему Остроградського:

$$\iiint_r div\rho v_1 dr = \iiint_r b div F dr \qquad (11)$$

Для плоского потоку

$$\rho \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \rho \frac{\partial v_3}{\partial x_3} = b\left[\frac{\partial F_{x_1}}{\partial x_1} + \frac{\partial F_{x_3}}{\partial x_3}\right] \qquad (12)$$

звідки, прийнявши, що $\frac{\partial v_3}{\partial x_3} = 0, \frac{\partial F_{x_3}}{\partial x_3} = 0$,

$$\frac{\partial v_1}{\partial x_1} = \frac{b}{\rho}\frac{\partial F_{x_1}}{\partial x_1} \tag{13}$$

Запишемо рівняння Навьє-Стокса по координаті x_1

$$\rho\frac{\partial v_1}{\partial t} + \rho v_1\frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \rho v_3\frac{\partial v_1}{\partial x_3} = \rho g_1 - \frac{\partial p}{\partial x_1} + \mu\left[\frac{\partial^2 v_1}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 v_1}{\partial x_3^2}\right]$$

Використаємо рівняння Ейлера і представимо градієнт тиску у наступному вигляді

$$v_1 dv = -\frac{dp}{\rho} \Rightarrow -\frac{dp}{dx_1} = \rho v\ \frac{dv}{dx}$$

Отримаємо

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} = -v_1\frac{\partial v_1}{\partial x_1} - v_3\frac{\partial v_1}{\partial x_3} + v\frac{dv}{dx} + \upsilon\left[\frac{\partial^2 v_1}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 v_1}{\partial x_3^2}\right] \tag{14}$$

Висновки

1. Неоднорідна поверхня ландшафту є структурою, що складається з сукупності однорідних локальних ділянок, де векторні лінії потоку не перетинаються. На таких ділянках ландшафту існує можливість використання диференціальних рівнянь для описання маосопереносу.
2. Процес локального горизонтального масопереносу в ландшафті пропонується описувати відповідною системою диференціальних рівнянь з додатковими початковими і граничними умовами.
3. Швидкість потоку несучої фази залежить від просторової і часової неоднорідності. Він знаходиться у функціональній залежності від консервативних факторів масопереносу і враховує неоднорідність ландшафтних умов.
4. Швидкість двофазного потоку в даних ландшафтних умовах визначається відповідною системою диференціальних рівнянь з додатковими початковими і граничними умовами.

В подальшому, є перспективним проведення чисельного аналізу локального масопереносу в неоднорідних ландшафтних умовах на основі розв'язків запропонованих систем, та дослідження поля швидкостей вітру в залежності від рельєфу місцевості.

Література

1. *Дейч М.Е., Зарянкин А.Е.* Гидрогазодинамика. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 384 с.
2. *Дюнин А.К.* Механика метелей: вопросы теории проектирования снегорегулирующих средств. – Новосибирск: Издательство Сибирского отделения АН СССР, 1963. – 378 с.

3. *Исаченко А.Г.* Ландшафтоведение и физико-географическое районирование: учеб. – М.: Высшая школа, 1991. – 366 с.
4. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т.VI. Гидродинамика. – М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1986. – 736 с.
5. *Мількевич В.М.* Загальна постановка задач кількісної оцінки горизонтального переносу речовини в ландшафті // Житомир, Вісник ДАУ, 2002. – №2. – С. 164–167.
6. *Світличний О.О.* Кількісна оцінка характеристик схилового ерозійного процесу і питання оптимізації використання ерозійнонебезпечних земель. – Автореф. дис. на здоб. наук. ступ. д.г.н. – Одеса, 1995. – 47 с.