

*Гонгало Наталія Володимирівна*  
*викладач кафедри прикладної та вищої математики,*  
*Житомирський Національний агроекологічний університет*

## **КОНСТРУЮВАННЯ ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ ДЛЯ РЕАЛІЗАЦІЇ ПРИКЛАДНОЇ СПРЯМОВАНОСТІ НАВЧАННЯ**

Однією з вимог компетентнісного підходу в сучасній освіті є посилення прикладної спрямованості викладання дисциплін. Питання прикладної спрямованості навчання математики не нове і на всіх етапах його вирішення пов'язане з безліччю проблем.

Передбачити всі аспекти застосування математики в професійній діяльності майбутніх фахівців доволі складно, а тим більше розглянути всі ці аспекти під час проведення аудиторних занять. Однак, слід шукати шляхи опрацювання більшого об'єму прикладних тестових задач, які здатні зацікавити студентів під час навчання. Крім того, викладач математики має частіше акцентувати увагу студентів на універсальність математичних методів, наголошувати на те, що кожна абстрактна задача може бути математичною моделлю деякої прикладної задачі [1].

Професійна діяльність майбутніх інженерів-землевпорядників в основному пов'язана з лінійними та кутовими вимірюваннями, з використанням різних приладів: рулеток, нівелірів, рейок, теодолітів, кутомірів та ін. Студентів необхідно навчити не тільки якісно проводити різноманітні вимірювання, але й обраховувати похибки вимірювань, які визначають точність отриманих результатів.

**Задача 1.** Кут, виміряний теодолітом виявився рівним  $25^{\circ}13'25'' \pm 30''$ . Яка відносна похибка вимірювання?

У процесі розв'язування, перш за все потрібно використати поняття абсолютної та відносної похибки вимірювань.

Під абсолютною похибкою вимірювання розуміють різницю між результатом вимірювання та істинним значенням вимірюваної величини [2, с.4]:

$$\Delta x_i = |x_i - x| \quad (1)$$

где  $\Delta x_i$  – абсолютна похибка  $i$ -го виміру,  $x_i$ - результат  $i$ -го вимірювання,  $x$  – істинним значення вимірюваної величини.

Результат будь-якого фізичного виміру прийнято записувати у вигляді:

$$x = \bar{x} \pm \Delta x, \quad (2)$$

де  $\bar{x}$  – середнє арифметичне значення вимірюваної величини, найбільш близьке до істинного значення,  $\Delta x$  - абсолютна похибка вимірювань.

Рівність (2) слід розуміти таким чином, що істинне значення вимірюваної величини лежить в інтервалі  $[\bar{x} - \Delta x; \bar{x} + \Delta x]$ . Так, якщо виміряний кут виявився рівним  $25^{\circ}13'25'' \pm 30''$ , то абсолютна похибка  $\Delta x = 30''$ .

Абсолютна похибка - величина розмірна, вона має ту ж розмірність, що і вимірювана величина. Необхідно відмітити, що абсолютна похибка не повністю характеризує точність проведених вимірювань. Справді, якщо ми виміряємо з однієї і тієї ж абсолютною похибкою  $\Delta x = 30''$  кути  $25^{\circ}13'25''$  і  $42^{\circ}25'31''$ , точність вимірювань буде відрізняться. Тому, поряд з абсолютною похибкою вимірювання обчислюється відносна похибка.

Відносною похибкою вимірювань називається відношення абсолютної похибки до самої вимірюваної величини:  $\delta = \frac{\Delta x}{x}$ . (3)

Відносна похибка - величина безрозмірна. Вона виражається у відсотках;

$$\delta = \frac{\Delta x}{x} 100\% \quad (4)$$

Для нашої задачі абсолютна похибка  $\Delta x = 30''$ . Відносну похибку обчислюють за формулою (4):

$$\delta = \frac{30''}{25^{\circ}13'25''} 100\% = 0,03\% .$$

Обчислюючи відносну похибку за значенням кута  $42^{\circ}25'31'' \pm 30''$ ,

отримаємо:

$$\delta = \frac{30''}{62^{\circ}25'31''} 100\% = 0,01\% .$$

Отже, хоча абсолютні похибки вимірювань однакові, відносні похибки різняться між собою і складають 0,03% та 0,01%.

Відносна похибка дає інформацію про точність отриманого результату.

**Задача 2.** Прямолінійна відстань на місцевості вимірюється за допомогою мірної рейки завдовжки  $l$  м. Так як рейка практично прикладається неточно уздовж вимірюваного відрізка, то результат вимірювання може виявлятися трохи більшим істинного значення довжини. Припустимо, що рейка прикладається зигзагом таким чином, що її кінці відстояли від прямої по черзі то в одну, то в іншу сторону на відстані  $\lambda$  м.

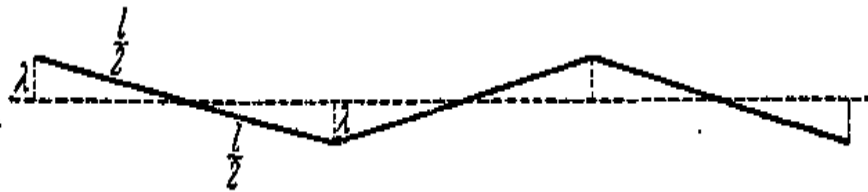


Рис. 1.

Оцінити похибку вимірювань. Як має бути виражене відхилення  $\lambda$ , щоб при вимірюванні рейкою довжини  $l = 4$  м відносна точність вимірювання була 0,2%?

**Розв'язання.** При одноразовому прикладанні рейки абсолютна похибка дорівнює різниці між довжиною  $l$  рейки та її проекцією на вимірюваний відрізок.

Визначаємо проекцію рейки за формулою:  $2\sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 - \lambda^2} = l\sqrt{1 - \frac{4\lambda^2}{l^2}}$ .

Тоді абсолютна похибка визначається як:

$$\Delta x = l - l\sqrt{1 - \frac{4\lambda^2}{l^2}} = l\left(1 - \sqrt{1 - \frac{4\lambda^2}{l^2}}\right).$$

$$\text{Відносна похибка дорівнює: } \delta = \frac{\Delta x}{x} = \frac{l\left(1 - \sqrt{1 - \frac{4\lambda^2}{l^2}}\right)}{l} = \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4\lambda^2}{l^2}}\right)$$

Та ж відносна похибка зберігається і при багаторазовому прикладанні рейки. Визначимо величину відхилення  $\lambda$  при вимірюванні рейкою довжиною  $l = 4\text{ м}$ , щоб відносна точність вимірювання була  $0,1\%$ . За формулою

$$0,001 = \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4\lambda^2}{16}}\right); \sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{4}} = 0,999; 1 - \frac{\lambda^2}{4} = 0,998; \frac{\lambda^2}{4} = 0,002; \lambda = \pm 0,089.$$

Отже величина відхилення виражена значенням  $\lambda = 0,089\text{ м}$ .

На нашу думку, наведені задачі корисно розв'язувати на заняттях у процесі навчання «Вищої математики» майбутніх інженерів-землевпорядників. Приклади аналогічних задач можуть бути в методичній скарбничці прикладних задач творчо працюючого вчителя математики в умовах профілізації навчання:

- За допомогою двохметрової рулетки, яка має ділення  $1\text{ см}$  знайдена довжина стелі  $s \approx 8,56\text{ м}$ . Визначити границі, в яких знаходиться точна довжина  $s$ .
- З метою оцінки точності вимірювання довжини ліній рулеткою проведено багаторазове вимірювання відстані, яка дорівнює  $125,3\text{ м}$ . Результати вимірювання подані у таблиці:

№ вимірювання	1	2	3	4	5
Довжина	12 5,30	1 25,41	1 25,35	1 25,33	1 25,29

Знайти абсолютну та відносні похибки вимірювань.

- Довжина олівця виміряна лінійкою з міліметровими діленнями. Вимірювання показало  $17,9\text{ см}$ . Яка відносна похибка цього вимірювання?
- Нехай при вимірюванні кута теодолітом відносна похибка вимірювань дорівнює  $\delta = 1,3\%$ . Як грамотно записати результат вимірювань кута, якщо середнє значення вимірювань  $32^\circ 27' 41''$ ?

Прикладні задачі надають неоціненну допомогу в навчанні. Вони допомагають систематизувати отримані теоретичні знання та практичні вміння. Прикладні завдання відіграють позитивну роль в реалізації цілей мотивації. Вони є ефективним засобом для підвищення пізнавальної активності студентів.

Отже, до проблеми удосконалення математичної освіти потрібно ставитися не тільки як поліпшення умов надбання студентами математичних знань та умінь, але й реалізацію можливостей предмета в його майбутній професійній діяльності, економічному вихованні, розвитку його особистості в цілому [1].

### Література

1. Киякбаева А. Л. Необходимость использования прикладных задач в обучении математике // Молодой ученый. — 2015. — №19. — С. 9-11. [электронный ресурс]. — Режим доступа : <http://moluch.ru/archive/99/22150/>
2. Мужикова А.В. Приближенные вычисления: метод. указания / А.В. Мужикова. – Ухта: УГТУ, 2008. – 29 с.
3. Шапиро И. М. Использование задач с практическим содержанием в обучении математике. М.: Просвещение, 1990.

***Анотація.** Наголошено на необхідність прикладної спрямованості навчання математики. Виділено роль прикладних завдань як ефективного засобу для підвищення творчої активності студентів, систематизуванні отриманих теоретичних знань та практичних вмінь. Наведено приклади задач, які можуть бути розв'язані під час навчання «Вищої математики» майбутніх інженерів-землевпорядників.*

***Ключові слова:** прикладна спрямованість математики, прикладні тестові задачі, універсальність математичних методів, інженери-землевпорядники, абсолютна та відносна похибка, похибки вимірювань.*

***Abstract.** Emphasized the need to focus training Applied Mathematics. Highlight the role of applied problems as an effective means to enhance the creativity of students, systematization the theoretical knowledge and practical skills. Examples of problems that can be resolved during the study "Higher Mathematics" future engineers-surveyors.*

***Keywords:** applied mathematics orientation, application test tasks universality of mathematical methods, engineers, surveyors, absolute and relative pоhibka, variations in measurements.*