

Сумський національний аграрний університет

УНІВЕРСАЛЬНІ РІВНЯННЯ ТРАЄКТОРІЇ КРИВОЛІНІЙНОГО РУХУ ЧОТИРЬОХКОЛІСНОЇ МАШИНИ

Повна автоматизація керування роботою машин і машино-тракторних агрегатів без участі водія потребує забезпечити отримання точної інформації про положення

© М. Я. Довжик, Я. Татьянченко, О. О. Соларьов, Ю. В. Сіренко

*Науковий керівник – к. т. н., доцент М. Я. Довжик

агрегата відносно заданої траєкторії протягом всього часу роботи. В статті наведені результати використання універсального рівняння у параметричній формі для побудови траєкторії руху чотириколісної машини з передніми керованими колесами для ділянок входу в поворот і виходу із повороту у функції кута повороту остова машини з урахуванням інтенсивності повороту передніх коліс або керма. Вони дозволяють побудувати траєкторії також із урахуванням явища відведення як задніх, так і передніх коліс, викликаного дією бічних сил. Ці рівняння можна використати для планування розворотів агрегату під час обробки поля або для автоматичного управління агрегатами і машинами.

Ключові слова: чотириколісна машина, вхід в лівий (правий) поворот, вихід з лівого (правого) повороту, лівий (правий) поворот, універсальні рівняння траєкторії.

Постановка проблеми

Теоретичні дослідження криволінійного руху колісних машин потребують, перш за все, отримання математичних рівнянь траєкторії руху. Для цього існують важливі причини. Одна з них пов'язана з тенденцією впровадження у практику виконання польових робіт автоматичного керування машино-тракторними агрегатами (МТА). Як відомо, такі спроби обмежуються поки що веденням агрегата по траєкторії, наближеній до прямолінійної, наприклад, еквідистантній одній із сторін оброблюваної ділянки поля. Друга причина, за якої існує необхідність у дослідженні криволінійного руху МТА, пов'язана з розворотами агрегатів на полі, які належить зробити найбільш раціональними і економічними, щоб обмежити непродуктивні витрати потужності і запобігти пошкодженню ділянок землі, на яких виконуються розвороти.

Швидкість руху і значення сил, які діють на агрегат, безпосередньо не впливають на траєкторію криволінійного руху. При ідеальних умовах, коли відсутні ковзання, юз і відведення коліс, траєкторія залежить тільки від закономірності руху керма. Швидкість руху впливає на траєкторію не безпосередньо, а саме через ковзання, юз і відведення коліс, які, у свою чергу, залежать від стану шин, тиску в шинах і властивостей ґрунту чи дороги, по якій рухається транспорт. У будь-якому випадку траєкторію руху колісної машини створює кермо, а всі інші фактори можуть лише деформувати її.

Траєкторія криволінійного руху колісного трактора залежить, в основному, від інтенсивності повороту керма і ще, в деякій мірі, від кутів відведення коліс, які у свою чергу залежать від швидкості руху та розподілення рушійної потужності між ведучими осями у разі повнопривідної машини. Це основні фактори, пов'язані безпосередньо з машиною, і які визначають кривизну траєкторії. Окрім цього, існує багато інших факторів, які залежать від властивостей ґрунту, рельєфу, характеру навантаження, виду причепних чи навісних знарядь. Поворотливість машини і, відповідно, крутизна траєкторії у значно залежать від кінематичної схеми ходової частини: з керованими колесами однієї осі чи обох осей, з усіма керованими колесами, або з шарнірною рамою,

яка має можливість складатися, зламуватися у площині руху. Кут повороту корпусу машини φ є метою дослідження, і саме цей кут необхідно забезпечити під час керування рухом машини чи агрегату.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Дослідженню криволінійного руху машин, і особливо МТА, присвячена велика кількість наукових робіт [1, 4, 5, 6]. У багатьох із них зроблені спроби отримати рівняння траєкторії аналітичними, графічними і графоаналітичними методами. При цьому, використовуються як наближені методи, так і точні математичні моделі, надто складні для використання їх на практиці.

Мета, завдання та методика досліджень

Теоретичні дослідження ставили за мету отримання універсальних рівнянь у параметричній формі для траєкторії криволінійного руху чотириколісної машини з передніми керованими колесами для ділянок входу в поворот і виходу із повороту у функції кута повороту остова машини з урахуванням інтенсивності повороту.

Для досягнення поставленої мети вирішувалися наступні завдання:

- отримання аналітичних рівнянь траєкторій руху чотириколісної машини на ділянках входу в поворот, виходу з повороту, а також під час повороту з фіксованим положенням керма при довільних значеннях початкових параметрів руху;

- розробка способу спряження траєкторій входу в поворот, повороту з фіксованим положенням керма і виходу з повороту;

- розробка програми побудови складних траєкторій.

У роботі [3] отримані рівняння у параметричній формі для траєкторії руху чотириколісної машини з передніми керованими колесами для ділянок входу в поворот і виходу із повороту у функції кута повороту остова машини з урахуванням інтенсивності повороту передніх коліс або керма (рис. 1):

$$\begin{aligned}
 x &= \int v \cos(\alpha + \varphi) dt = \ell \int \frac{\cos[\alpha_o + (1 + k_\alpha)\varphi]}{\alpha_o + k_\alpha\varphi} d\varphi = \\
 &= \ell \left[-\frac{(1+k)^2}{4k} \varphi^2 + \frac{\alpha_o(1-k^2)}{2k^2} \varphi - \frac{\alpha_o^2 - 2k^2}{2k^3} \ln \left| \frac{\alpha_o + k\varphi}{\alpha_o} \right| \right]; \quad (1) \\
 y &= \int v \sin(\alpha + \varphi) dt = \ell \int \frac{\sin[\alpha_o + (1 + k_\alpha)\varphi]}{\alpha_o + k_\alpha\varphi} d\varphi =
 \end{aligned}$$

$$= \ell \left[\frac{(1+k)\varphi}{k} - \frac{\alpha_o}{k^2} \ln \left| \frac{\alpha_o + k\varphi}{\alpha_o} \right| \right], \quad (2)$$

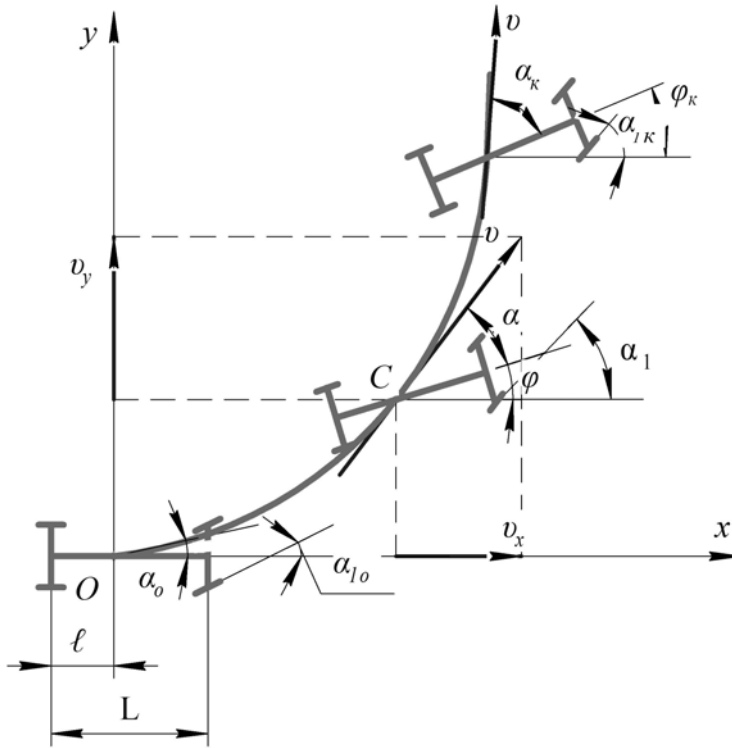


Рис. 1. Схема ділянки траєкторії входу в лівий поворот

де ℓ – відстань від центра мас машини до задньої осі; L – база машини; φ – кут повороту корпусу машини відносно осі Ox обраної інерційної системи координат; α_1 – кут повороту передніх керованих коліс; α_{1o} – початкове середнє значення кута повороту керованих коліс; α – кут відхилення вектора швидкості v від осі корпусу машини (курсний кут), який без урахування відведення коліс можна визначити за формулою $\operatorname{tg}\alpha = \ell \cdot \operatorname{tg}\alpha_1 / L$; $k_\alpha = (\alpha_k - \alpha_o) / (\varphi_k - \varphi_o)$ – коефіцієнт інтенсивності зміни курсового кута α під час виконання повороту; φ_o і φ_k – значення кута φ на початку і в кінці ділянки повороту; α_o і α_k – значення кута α на початку і в кінці ділянки входу в поворот або виходу із повороту; v – абсолютна швидкість центра ваги C , дотична до траєкторії руху.

Тут прийняті наступні визначення ділянок траєкторії криволінійного руху машини:

- вхід у лівий (правий) поворот – обертання корпусу машини проти годинникової стрілки (за годинниковою стрілкою) при змінному положенні керма і зміні кута φ від θ до φ_k ;

- вихід з лівого (правого) повороту – обертання корпусу машини за годинниковою стрілкою (проти годинникової стрілки) за рахунок вирівнювання керованих коліс до початкового положення;

- лівий (правий) поворот – рух машини проти годинникової стрілки (за годинниковою стрілкою) при фіксованому положенні керма, відповідно, після входу в лівий (правий) поворот.

У роботі [3] були отримані рівняння траєкторій окремо для ділянки входу машини в поворот і для ділянки виходу з повороту. Дослідження показали, що можна обмежитися рівняннями (1) і (2), використовуючи їх як для входу машини у поворот, так і для виходу її з повороту. В останньому випадку коефіцієнт інтенсивності зміни курсового кута k_α – від’ємний. Окрім того, ці рівняння дійсні як для лівого, так і для правого поворотів, якщо дотримуватися правила, що в правій системі координат для правого повороту кут φ теж від’ємний. У зв’язку з цим, рівняння (1) і (2) можна вважати універсальними рівняннями траєкторії криволінійного руху чотириколісної машини з передніми керованими колесами. Вони дозволяють побудувати траєкторії також із урахуванням явища відведення як задніх, так і передніх коліс, викликаного дією бічних сил. У цьому випадку коефіцієнт $k_\alpha = k_1 + k_2 + k_3$, де складові k_1 , k_2 , k_3 – коефіцієнти інтенсивності зміни кута α , які враховують, відповідно, кут повороту передніх коліс від обертання керма, кут відведення передніх коліс і кут відведення задніх коліс. Коефіцієнт k_1 на ділянці входу у поворот додатний, а на ділянці виходу з повороту від’ємний. Коефіцієнт k_2 завжди має знак, протилежний знаку коефіцієнта k_1 , оскільки відведення передніх коліс зменшує курсовий кут, обумовлений поворотом керма. Коефіцієнт k_3 завжди співпадає із знаком з коефіцієнтом k_1 .

Початкове значення курсового кута α_0 на ділянці входу в поворот введене штучно, щоб запобігти невизначеності натурального логарифму, що входить до рівняння траєкторії. Його можна приймати довільно, окрім нульового значення, що відповідає реальній ситуації, коли на початку входу в поворот водій здійснює миттєвий поворот керованих коліс і далі рівномірно збільшує кут α_l протягом усього періоду входу в поворот. Значення курсового кута в кінці входу в поворот з урахуванням відведення коліс можна визначити за формулою [2]:

$$\operatorname{tg} \alpha_k = [\ell \cdot \operatorname{tg}(\alpha_{1k} - \alpha'_{1k}) + \ell_1 \operatorname{tg} \alpha'_{2k}] / L, \quad (3)$$

де ℓ_1 – відстань від центра ваги машини до передньої осі;

α'_{1k} і α'_{2k} – кути відведення в кінці ділянки входу в поворот, викликані відведенням, відповідно, передніх і задніх коліс:

$$\alpha'_{1k} = \alpha'_{10} + k_2 \varphi_k; \quad \alpha'_{2k} = \alpha'_{20} + k_3 \varphi_k.$$

Тут початкові значення кутів відведення передніх і задніх коліс α'_{10} і α'_{20} приймаються в залежності від кута α_0 .

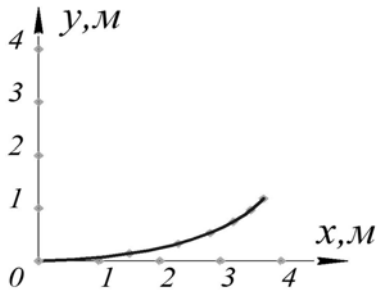
На ділянці виходу з повороту початкове значення курсового кута дорівнює його значенню в кінці ділянки входу в поворот.

Результати досліджень

На рис. 2 представлені траєкторії входу в поворот і виходу з повороту як для лівого, так і для правого поворотів, побудовані за допомогою рівнянь (1) і (2) без урахування відведення коліс для чотириколісного трактора МТЗ-82 з передніми керованими колесами ($\ell=0,93$ м; $L=2,45$ м).

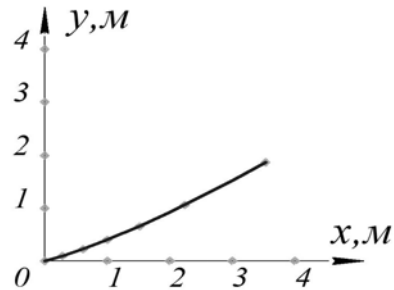
$$1) \alpha_0 = 2^\circ; \alpha_K = 17^\circ;$$

$$\varphi_K = 30^\circ; k_\alpha = 0,5$$



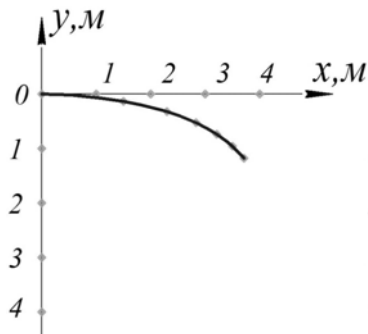
$$2) \alpha_0 = 17^\circ; \alpha_K = 2^\circ,$$

$$\varphi_K = 30^\circ; k_\alpha = -0,5$$



$$3) \alpha_0 = -2^\circ; \alpha_K = -17^\circ;$$

$$\varphi_K = -30^\circ; k_\alpha = 0,5$$



$$4) \alpha_0 = -17^\circ; \alpha_K = -2^\circ;$$

$$\varphi_K = -30^\circ; k_\alpha = -0,5$$

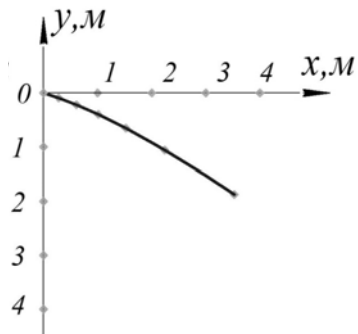


Рис. 2. Окремі ділянки траєкторії криволінійного руху машини:

1 - вхід в лівий поворот, 2 - вихід з лівого повороту,
3 - вхід в правий поворот, 4 - вихід з правого повороту.

Остаточні рівняння (1) і (2) неможливо використати для розрахунку траєкторії руху машини з фіксованим положенням керма, оскільки у цьому випадку треба прийняти $k_a = 0$. Тоді можна скористатися інтегральними формами цих рівнянь, які після визначення постійних інтегрування з умов ($x = y = 0$; $\varphi = 0$) дають:

$$x = \frac{\ell}{\alpha_0} [\sin(\alpha_0 + \varphi) - \sin \alpha_0] \quad (4)$$

$$y = -\frac{\ell}{\alpha_0} [\cos(\alpha_0 + \varphi) - \cos \alpha_0] \quad (5)$$

На рис. 3 представлена колова траєкторія правого повороту чотириколісного трактора МТЗ-82 на кут $\varphi = 240^\circ$, яка відповідає курсовому куту $\alpha = 17^\circ$.

Для побудови всіх ділянок траєкторії використана програма Microsoft Excel.

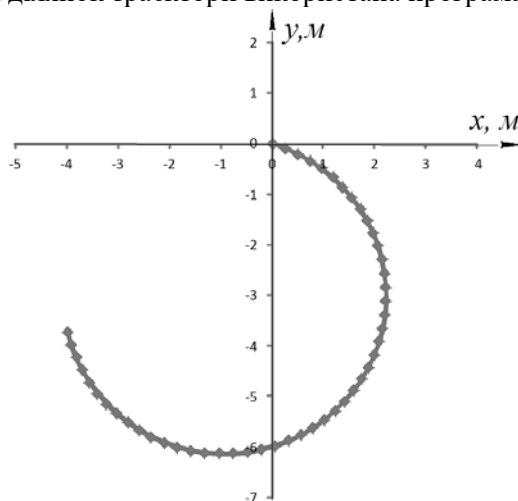


Рис. 3. Колова траєкторія правого повороту чотириколісного трактора

$$(\alpha_0 = -17^\circ, \varphi_k = -240^\circ, \ell = 0,93 \text{ м})$$

Для побудови складної траєкторії руху машини необхідно спряження окремих її ділянок. Для цього у програмі Microsoft Excel використана єдина система координат $x_i y_i$ для всіх ділянок. Формули для перерахування координат $(x_i; y_i)$ i -ої системи координат у систему координат $x_1 y_1$ (рис. 4) у даному випадку будуть такими:

$$x_{i1} = x_{(i-1)n} + x_i \cos \theta_{i1} - y_i \sin \theta_{i1}; \quad (6)$$

$$y_{i1} = y_{(i-1)n} + y_i \sin \theta_{i1} + x_i \cos \theta_{i1}; \quad (7)$$

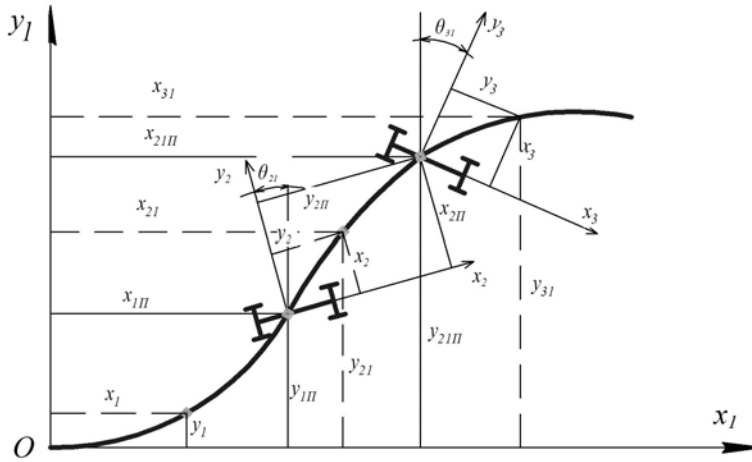


Рис. 4. До перерахування координат окремих ділянок траєкторії в єдину систему координат x_1y_1

де θ_{i1} – кут повороту i -ої системи координат відносно системи координат x_1y_1 ;

$x_{(i-1)n}$ і $y_{(i-1)n}$ – координати точки в кінці траєкторії попередньої ділянки.

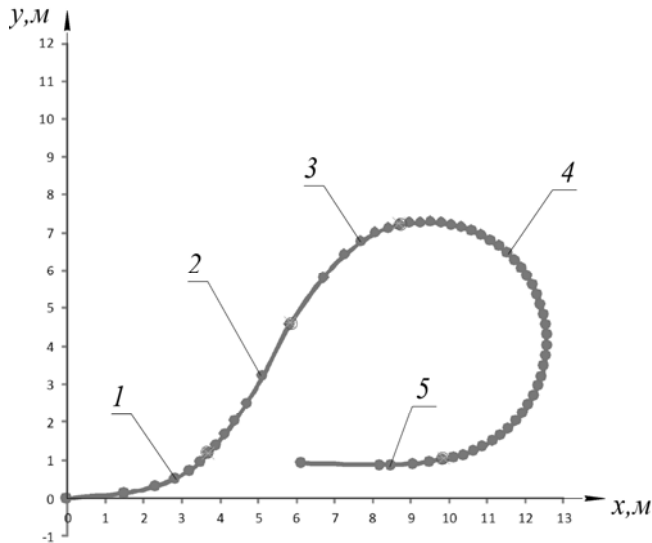


Рис. 5. Траєкторія повороту чотириколісної машини

1 – вхід в лівий поворот; 2 – вихід з лівого повороту; 3 – вхід у правий поворот; 4 – правий поворот; 5 – вихід з правого повороту.

На рис. 5 побудована траєкторія, яка складається із наведених на рисунках ділянок 2 і 3, спряжених за допомогою формул (6) і (7).

Висновки та перспективи подальших досліджень

Побудована траєкторія повороту чотириколісного трактора МТЗ-82 з передніми керованими колесами без урахування відведення коліс за допомогою універсальних рівнянь у функції кута повороту остова машини з урахуванням інтенсивності (швидкості) повороту передніх коліс.

Перспективи подальших досліджень полягають у можливості створювати відповідні програми повної автоматизації управління рухом машин і МТА за криволінійними траєкторіями без участі водія та оптимізації непродуктивних витрат потужності, додаткових витрат на приведення у належний стан ділянок землі, на яких виконуються розвороти, дотримання агротехнічних строків при виконанні операцій.

Література

1. Беляев А. Н. Исследование кинематики поворота колёсного трактора / А. Н. Беляев, Т. В. Тришина // Вестн. Воронежского гос. аграр. ун-та. – 2016. – № 1 (48). – С. 115–120.
2. Тракторы. Теория : учебник для студ. вузов по спец. «Автомобили и тракторы» / В. В. Гуськов, Н. Н. Велев, Ю. Е. Атаманов [и др.]. – М. : Машиностроение, 1988. – 376 с.
3. Аналітичний спосіб визначення траєкторії криволінійного руху чотирьохколісної машини з передніми керованими колесами / М. Я. Довжик, Б. Я. Татьянченко, О. О. Соларьов, Ю. В. Сіренко // Інженерія природокористування / ХНТУСГ. – 2017. – № 1 (8). – С. 64–73.
4. Емельянов А. М. Математическое моделирование исследования криволинейного движения трактора МТЗ-82 со сдвоенными колёсами [Электронный ресурс] / А. М. Емельянов, С. В. Щитов, Г. Н. Фролова. – Режим доступа: http://www.vestnik.dalgau.ru/images/gurnal/vipusk_2007/nomer_1/emelyanov.pdf.
5. Калинин Е. И. Уравнение движения навесного пахотного агрегата [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.rusnauka.com/16_NPRT_2009/Agricole/47638.doc.htm
6. Шипилявский Г. Б. Тракторная автоматика : конспект лекций по дисциплине «Автоматические системы колёсных и гусеничных транспортно-тяговых машин» / Г. Б. Шипилявский. – М. : МГТУ «МАМИ», 2005. – 66 с.